

### Résumé :

L'application des modèles mathématiques à la gestion des ressources en eau est illustrée par l'étude du cas des eaux des crues de la Medjerdah. Les performances et les limitations de ces modèles, compte tenu de leur fiabilité, sont présentées. Ces modèles sont des outils d'aide à la gestion, de qualité certaine, mais ils ne peuvent, en aucun cas, se substituer au gestionnaire qui reste le premier expert en mesure d'intégrer toutes les contraintes et les imprécisions des entrées au modèles dans sa recherche d'une gestion optimale.

### Introduction :

Un modèle de gestion des crues de la Medjerdah, basé sur le modèle de Muskingum, est mis au point dans le cadre d'un projet de recherche ENIT-DG/EGTH. Dans cette communication nous présentons le modèle mathématique sur lequel est basé ce logiciel. Par suite nous présentons un exemple d'application du modèle à la gestion des crues de la Medjerdah. Et enfin nous concluons par une critique des modèles mathématiques de gestion des ressources en eau.

### Présentation du Modèle Mathématique :

Le modèle Muskingum est basé sur la combinaison de l'équation de continuité (Eqn.1) et d'une relation entre le volume de stockage et les débits d'entrée et de sortie à un élément donné du réseau hydrographique (Eqn.2). La Figure 1 illustre le principe de cette relation. Ces équations sont combinées et résolues numériquement pour le volume de stockage et le débit sur un intervalle de temps  $DT$  (Eqns 3, 4 et 5). Les Figures 2 et 3 illustrent l'impact du coefficient  $X$  du modèle sur la forme de l'hydrogramme de sortie.

Le calage du modèle est assuré soit par une méthode d'ajustement (régression linéaire) pour les biefs compris entre deux stations de mesure et où des hydrogrammes de crues historiques existent ; soit par des méthodes empiriques tenant compte des caractéristiques géométriques et hydrauliques de chaque élément (Eqns 8 à 12). Les Figures 4 a et b sont une illustration d'un tel calage.

## Application du Modèle :

Le réseau hydrographique de la Medjerdah est représenté schématiquement par les Figures 5 et 6. Les éléments de ce réseau sont de trois types, biefs, station de contrôle ou retenue de barrage. Les consignes de gestion des barrages sont de deux types, celles traduisant le fonctionnement hydraulique des déversoirs suivant le remplissage de la retenue (Tab. 1 et 2) et celles intégrant les consignes prédéfinies pour l'action des différentes vannes d'évacuation des eaux comme pour Sidi Salem et Mèllègue. Toutes ces consignes sont intégrées dans ce logiciel pour assister le gestionnaire dans la prise de décision en cours de crue (Tab. 2).

Au cours d'une crue l'utilisateur du logiciel peut faire plusieurs simulations ou exécutions (Tab. 3) pour voir l'impact des actions à prendre, par exemple au niveau du barrage de Sidi Salem ou de Mèllègue, sur le reste du réseau aval dans les heures ou les jours qui viennent. A la lumière des prévisions par ces réel de la crue en cours tout en ayant une idée assez claire des conséquences des actions à prendre. De telles simulations nécessitent des hypothèses sur l'évolution des débits aux stations amont. Problème résolu par l'hypothèse optimiste du type Coyne et Bélier, d'une décrue symétrique à la montée à partir du temps présent (fig. 7). Pour les simulations en temps réel (exécution pas à pas du logiciel) à chaque nouveau pas de temps l'utilisateur a le choix entre trois options (Montée, Palier ou décrue) sur le pas de temps suivant, au niveau de chaque hydrogramme d'entrée (tab. 4).

## Conclusion

Le logiciel développé constitue un bon outil d'aide à la gestion. Il permet aux utilisateurs de mieux comprendre le comportement du système à gérer aussi bien en période de crue, de sécheresse qu'en période normale. La flexibilité qu'il présente au niveau de la définition de ses entrées et sorties lui permet de bien s'adapter à toutes ces situations. Toutefois nous ne saurions trop insister sur le fait qu'un tel logiciel, ainsi que toute autre modèle mathématique de gestion des ressources en eau, ne sont que des outils. Les consignes de gestion des ressources en eau, ne sont que des outils. Les consignes de gestion "*Optimale*" restent tributaires des objectifs visés qui sont souvent variables avec le temps. C'est ainsi que la décision finale restera toujours au gestionnaire ; et que le rôle du modèle se limitera à des suggestions ~~suivant des consignes~~ prédéfinies ou des résultats de simulations donnant les prévisions des conséquences des actions passées ou présentes.

## Bibliographie

ABID A. " Gestion des crues des principaux oueds en Tunisie et fonctionnement des ouvrages hydrauliques". Guide pratique à l'usage des Ingénieurs et Techniciens. DG/EGTH. Vol. 1, 1988.

COB - EGTH. " Aménagement de Sidi Salem. Exemple de consignes d'exploitation en cas de crues". Plan N° 1365 B-150, COB, Mai 1982.

MAALEL K., M. DJEBBI et M. BELAID. " Mise au point d'un modèle de gestion des crues de la Medjerdah". Rapport final, Projet de recherche ENIT-DG/EGTH. ENIT, Avril 1990.

Modèle de MUSKINGUM

$$I - O = \frac{dS}{dt} \quad (1)$$

avec, I : débit d'entrée,  
O : débit de sortie, et  
S : volume stocké dans cet élément.

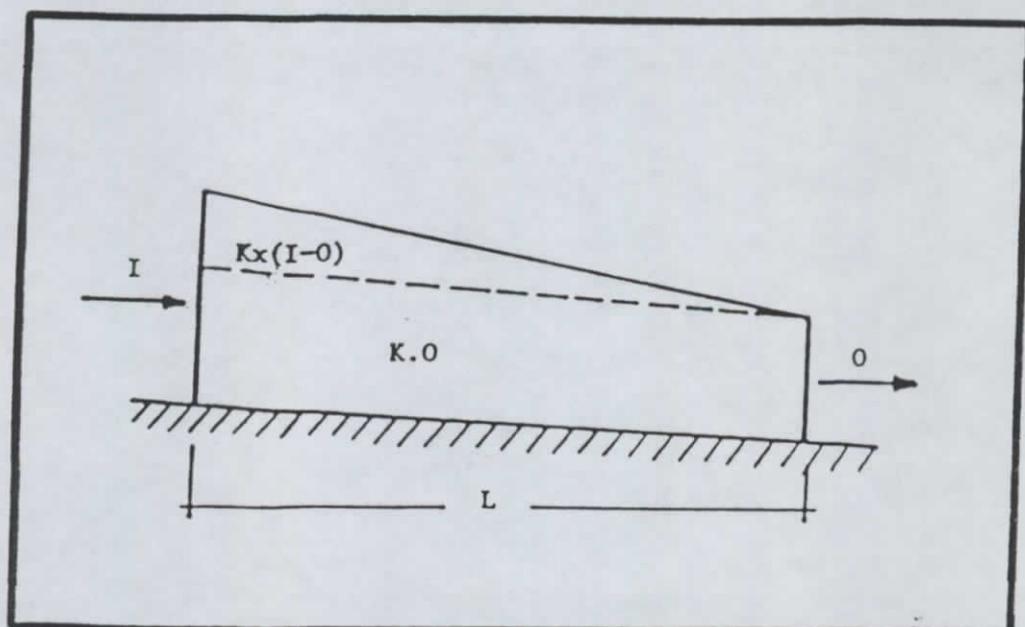


Figure 1 : Répartition du volume de stockage d'après le modèle de Muskingum

$$S = K ( O + x(I - O) ) \quad (2)$$

avec,

K : temps de propagation d'onde cinématique dans l'élément considéré.

x : facteur de pondération, lié à l'effet du stockage sur l'amortissement de la pointe de l'hydrogramme.

La substitution des expressions suivantes dans l'équation de continuité ,

$$I = \frac{(I_P + I_0)}{2}$$

$$O = \frac{(O_P + O_0)}{2}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{(S_P - S_0)}{\Delta t}$$

donne après réarrangement la variation de stockage entre les temps  $t_0$  et  $t_P = t_0 + \Delta t$ .

$$S_P - S_0 = \frac{\Delta t}{2} (I_P + I_0) - (O_P + O_0) \quad (3)$$

Les volumes  $S_P$  et  $S_0$  évalués par l'équation 2 donnent une deuxième expression de la variation du volume de stockage entre  $t_0$  et  $t_P$ ,

$$S_P - S_0 = KX(I_P - I_0) + K(1 - X)(O_P - O_0) \quad (4)$$

L'élimination de  $S_P - S_0$  entre les équations 3 et 4 donne après réarrangement, le débit de sortie  $O_P$ ,

$$O_P = O_0 + C_1(I_0 - O_0) + C_2(I_P - I_0) \quad (5)$$

avec,

$$C_1 = \frac{\Delta t}{(K - K.X + \frac{\Delta t}{2})}$$

$$C_2 = \frac{(\frac{\Delta t}{2} - K.X)}{(K - KX + \frac{\Delta t}{2})}$$

$$S_P = K ( O_P + X(I_P - O_P) ) \quad (6)$$

$$2KX \leq \Delta t \leq 2K(1 - X) \quad (7)$$

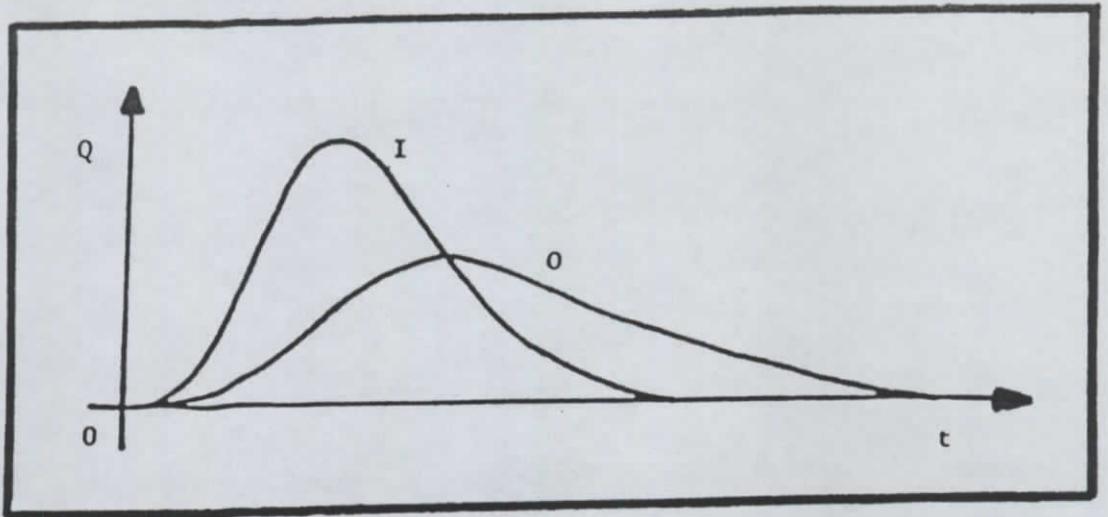


Figure 2 : Hydrogrammes d'entrée et de sortie d'un réservoir linéaire (  $X = 0$  ).

$$0 \leq X \leq 0.5 ,$$

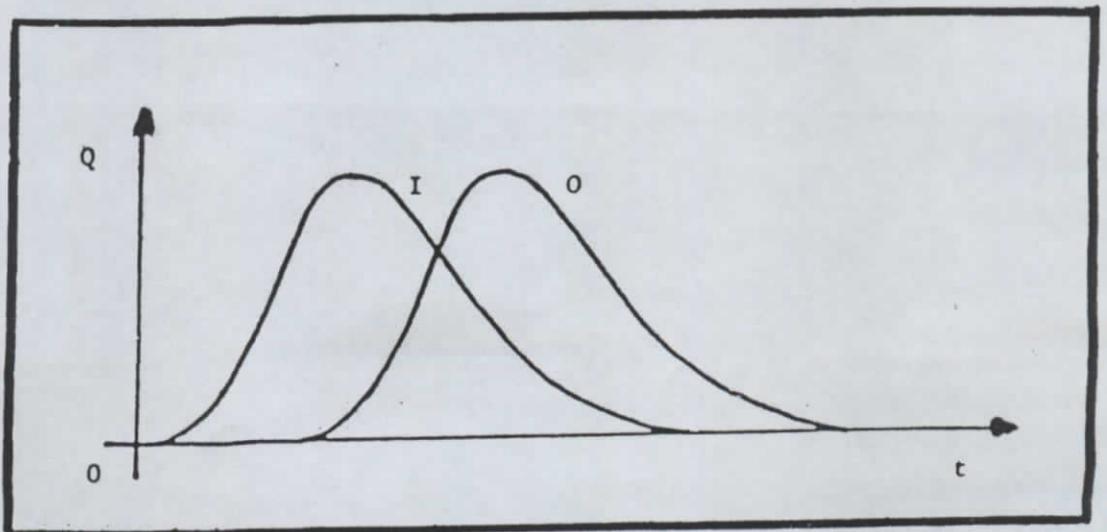


Figure 3 : Hydrogrammes d'entrée et de sortie d'un réservoir non linéaire (  $X = 0.5$  ).

## CALAGE DU MODELE

### - Méthodes d'ajustement

$$K = \frac{1 - C_2}{C_1} \Delta t$$

$$X = \frac{C_1 - 2C_2}{2(1 - C_2)}$$

### - Méthodes empiriques

$$K = \frac{L}{V_w} \quad (8)$$

$$V_w = \frac{dQ}{dA} \quad (9)$$

où Q est le débit transitant par la section A.

par l'équation de Chézy,

$$V_w = \frac{3}{2} V \quad (10)$$

Si par contre, l'équation de Manning est utilisé,

$$V_w = \frac{5}{3} V \quad (11)$$

$$K = \left( \frac{2}{3} \div \frac{3}{5} \right) \frac{L}{V} \quad (12)$$

Pour le paramètre de stockage X, en l'absence d'une meilleure information, il est recommandé de le prendre égal à 0.2 pour les écoulements en milieu naturel

Figure 4a

HYDROGRAMMES SIMULES ET OBSERVES A LA STATION DE BOUSALEM

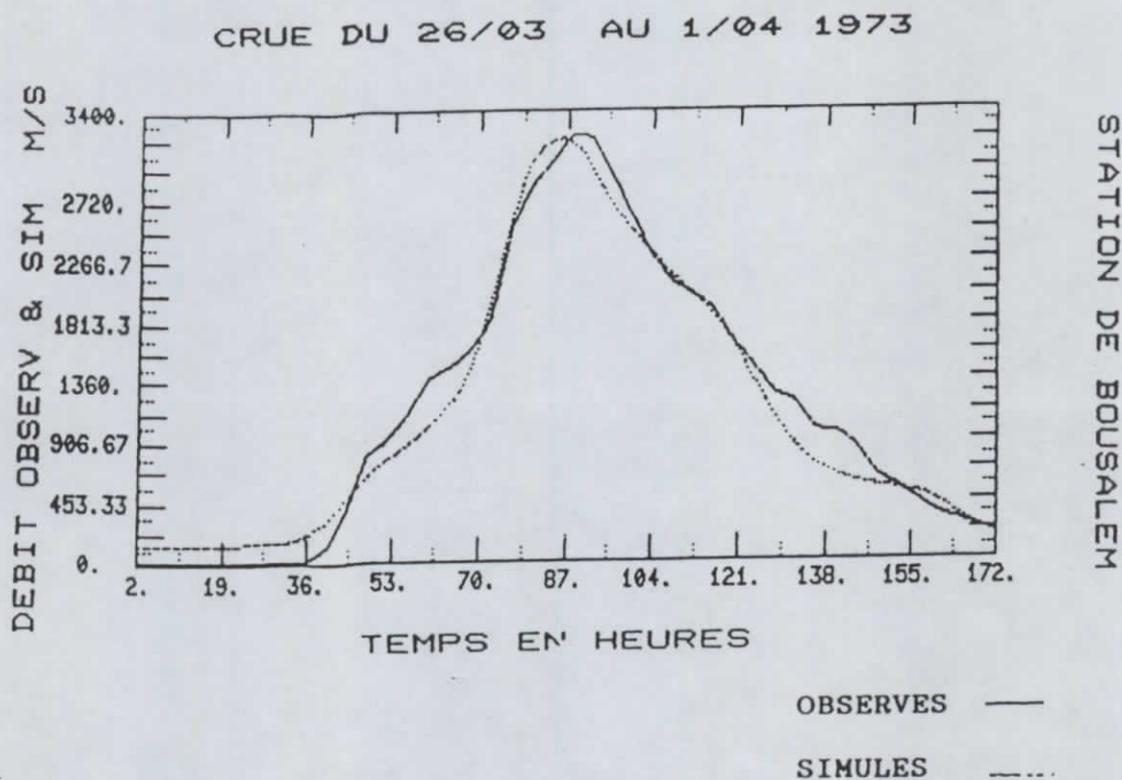
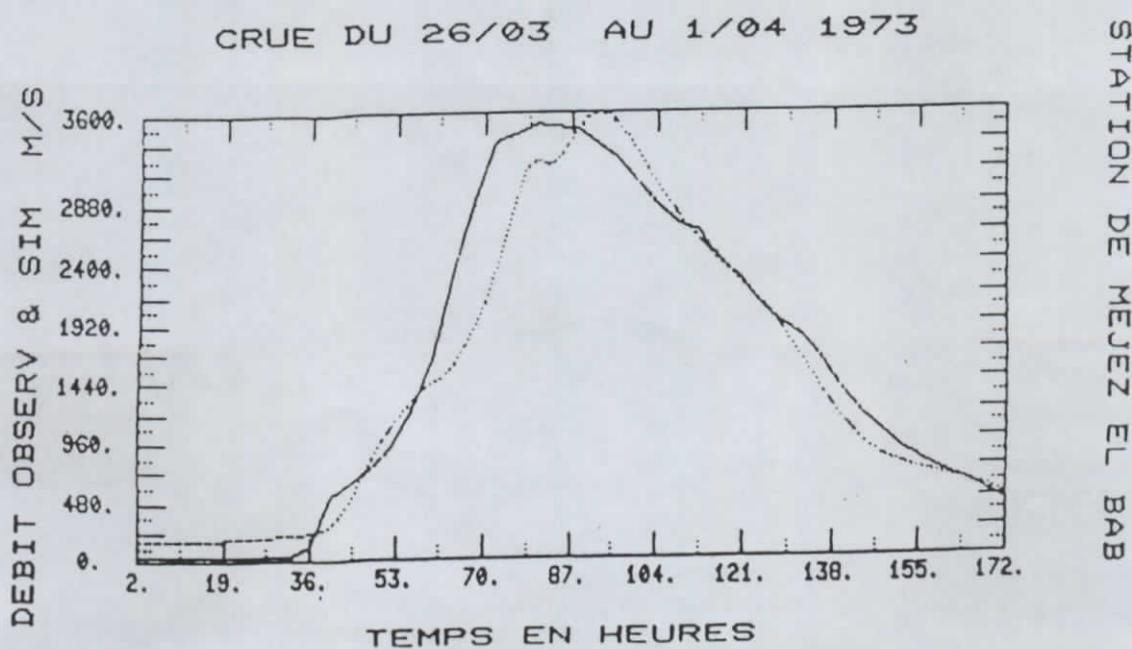


Figure 4b

HYDROGRAMMES OBSERVES ET SIMULES A MEDJEZ EL BAB



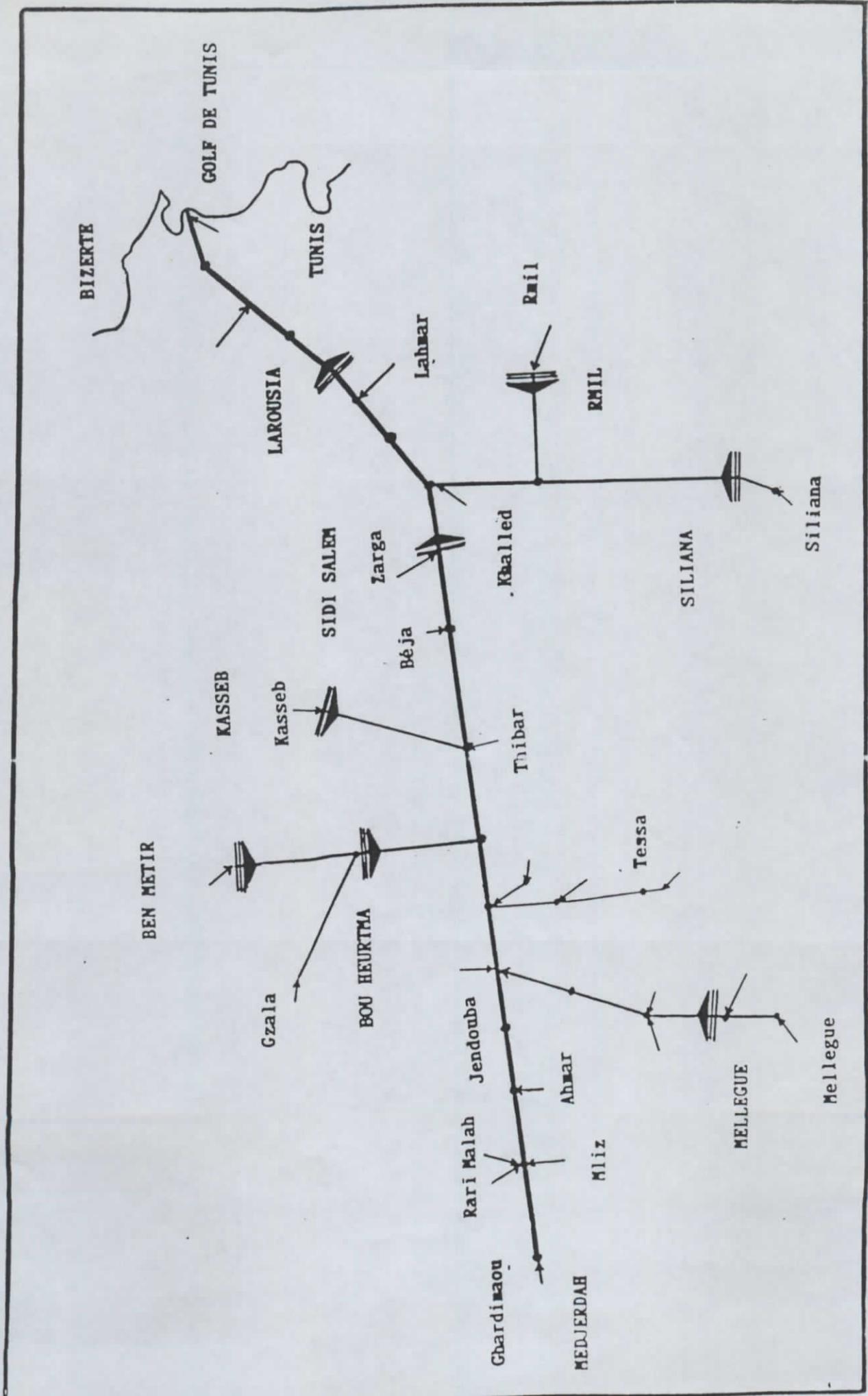


FIGURE 5 : Schématisation du bassin de la Medjerda.

LEGENDE

-  : Hydrograme d'entrée.
-  : Barrage.
-  : Moëud.
-  : Tronçon.

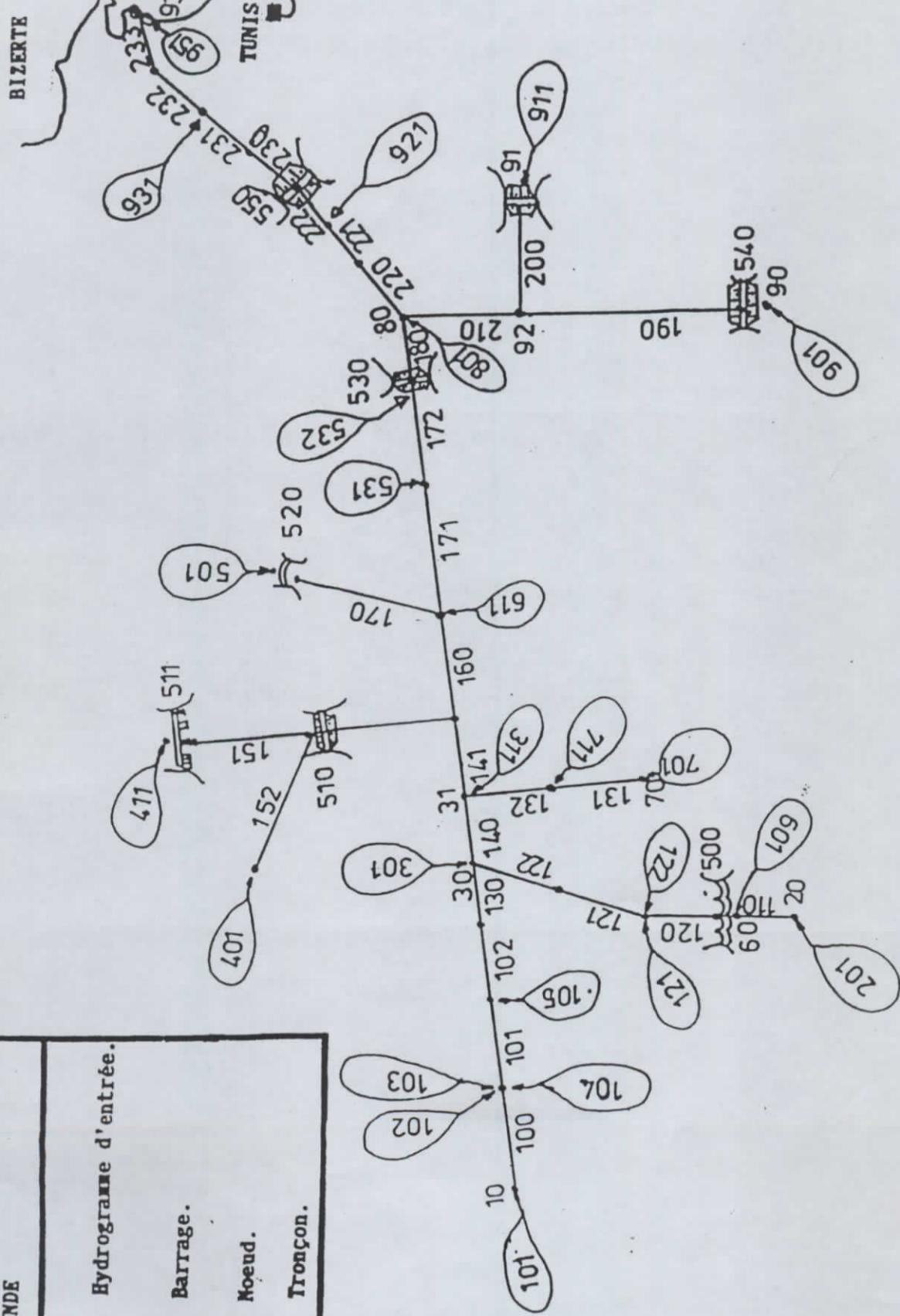


FIGURE 6 : Numérotation des éléments.

BARRAGE DE SIDI SALEM  
Le 28 3 1973 à 20 Hrs

La cote du plan d'eau simulée par  
le programme est de ..... : 111.99 (m NGT)

Indiquez ici la cote observée en  
(m NGT) ..... : 112.50

Tableau 1 : Rectification éventuelle de la cote simulée.

<<< BARRAGE SIDI SALEM >>>  
Le 28 3 1973 à 20Hrs

APPLICATION DES CONSIGNES C.O.B.  
DONNEES D'UTILISATION :

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| 1. Cote du plan d'eau .....             | : 112.50 (mNGT).               |
| 2. Vitesse de montée du plan d'eau..... | : 64.98 ( cm ).                |
| 3. Débit précédemment évacué .....      | : 462.76 (m <sup>3</sup> /s).  |
| 4. Débit entrant .....                  | : 5498.61 (m <sup>3</sup> /s). |

ACTIONS :

|  |                  |
|--|------------------|
| 1) VIDANGE DE FOND .....                 | : OUVERTURE MAX. |
| 2) EVACUATEUR DE SURFACE ( 2 Choix )     | : INSUFFISANTE . |
| + Une seule vanne.....Ouverture          | : 2.95 ( m ).    |
| + Chacune de deux vannes.....Ouverture   | : 1.83 ( m ).    |
| + Chacune des trois vannes.....Ouverture | : 1.83 ( m ).    |

RESULTATS :

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| 1) Débit évacué par la Tour déversante .... | : 611.54 (m <sup>3</sup> /s).  |
| Total incontrôlable [1] .....               | : 611.54 (m <sup>3</sup> /s).  |
| 2) Débit évacué par la Vidange du Fond .... | : 606.34 (m <sup>3</sup> /s).  |
| 3) Débit évacué par l'évacuateur de surface | : 682.12 (m <sup>3</sup> /s).  |
| Total contrôlable [2] .....                 | : 1288.46 (m <sup>3</sup> /s). |
| TOTAL [1] + [2] .....                       | : 1900.00 (m <sup>3</sup> /s). |

Indiquez ici une valeur du total contrôlable [2] : 1300

Tableau 2 : Consignes & choix du débit contrôlable à évacuer.

EXECUTION N° : 35  
 du 28 3 1973 à 20 Hrs

==== Hydrogrammes à introduire ====

|                 |     |                 |     |                 |     |
|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|
| Ghardimaou..... | 101 | Rarai.....      | 102 | Mellegue K13... | 201 |
| Tessa.....      | 701 | Bouheurtma..... | 401 | Kasseb.....     | 501 |
| Siliana.....    | 901 | Khalled.....    | 801 | Arkou.....      | 711 |
| Melah (2).....  | 122 | Melah (1).....  | 103 | Meliz.....      | 104 |
| El Ahmar (1)... | 105 | Remel.....      | 601 | El Alleg.....   | 121 |
| El Hammam.....  | 301 | El Leben.....   | 311 | Fathallah.....  | 411 |
| Thibar.....     | 611 | Beja.....       | 531 | Zarga.....      | 532 |
| Rmil (Lakhmess) | 911 | Massouje.....   | 941 | El Ahmar (2)... | 921 |
| Chaffrou.....   | 931 |                 |     |                 |     |

Numéro du < 1 er > hydrogramme à simuler ( 0 = quitter ) : 101

Débit de l'hydrogramme N° < 101 >, en (m3/s) \_\_\_\_\_ : 1920.

Tableau 3 : Mise à jour des hydrogrammes à simuler.

==== HYDROGRAMME N° < 101 > ====

Débites successifs observés jusqu'ici :

|       |       |       |      |      |       |       |       |
|-------|-------|-------|------|------|-------|-------|-------|
| 0.    | 0.    | 0.    | 0.   | 0.   | 0.    | 0.    | 0.    |
| 0.    | 0.    | 0.    | 0.   | 0.   | 0.    | 0.    | 0.    |
| 0.    | 15.   | 30.   | 30.  | 30.  | 75.   | 120.  | 180.  |
| 240.  | 255.  | 270.  | 380. | 490. | 1095. | 1700. | 2035. |
| 2370. | 2145. | 1920. |      |      |       |       |       |

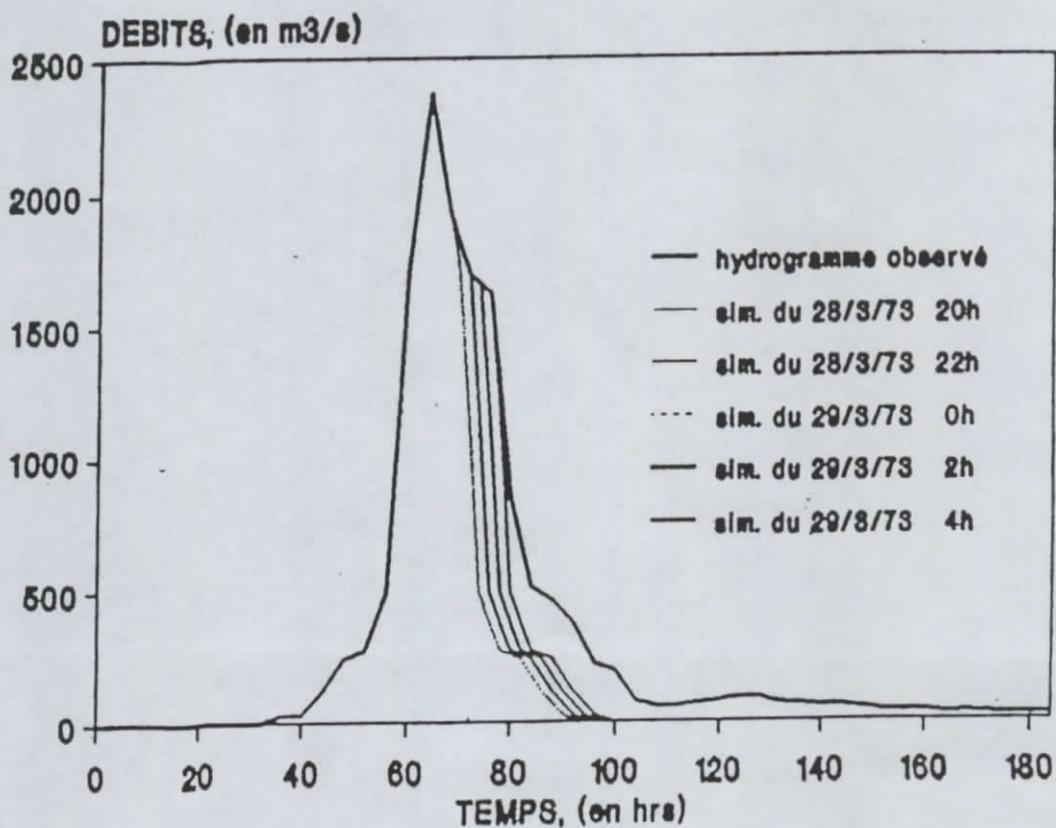
==== Evolution probable de cet hydrogramme ==== :

1. MONTEE    2. PALIER    3. DECRUE    Votre choix : 3

Tableau 4 : Evolution probable de l'hydrogramme en cours d'introduction

## MODULE DE MISE A JOUR DES DEBITS

Comparaison de 5 hyd. successivement  
simulées à l'hydrogramme observé.



ENIT-DG/EGTH (1990)

Figure 7 : Mise à jour des hydrogrammes d'entrée.

**NOTE DE SYNTHESE SUR L'ECONOMIE  
D'EAU POTABLE**

**1. NECESSITE DE L'ECONOMIE DE L'EAU  
Ali FRIKHA**